

**Н. П. Саїд Абдулла<sup>1</sup>, А. Павітран<sup>1</sup>, М. К. Преті Раджан<sup>2</sup>, Р. К. Біджу<sup>1,3,\*</sup>**

<sup>1</sup> Факультет фізики, Державний коледж Бреннен, Дхармадам, Талассері, штат Керала, Індія

<sup>2</sup> Факультет фізики, Коледж Пайянуур, Університет Каннур, Пайянуур, Каннур, штат Керала, Індія

<sup>3</sup> Факультет фізики, Коледж Пажассі Раджа Н. С. С., Маттанур, Університет Каннур, Каннур, штат Керала, Індія

\*Відповідальний автор: bijurkn@gmail.com

## **ДОСЛІДЖЕННЯ ДВОПРОТОННОГО РОЗПАДУ З ВИКОРИСТАННЯМ МОДИФІКОВАНОЇ ІМОВІРНІСТІ ФОРМУВАННЯ**

Досліджено двопротонну радіоактивність за допомогою двопотенціального підходу з потенціалом типу cosh для розрахунків періодів напіврозпаду. Параметри глибини  $V_0 = 58,405$  MeV і дифузності  $a = 0,537$  Фм в ядерному cosh-потенціалі показали найменше стандартне відхилення між розрахунковими і експериментальними періодами напіврозпаду. Ми запропонували формулу для ймовірності формування з використанням лінійної залежності між  $\log_{10} S_{2p}$  та  $A_d^{1/3}$  для кутового моменту  $l = 0, 2$  і  $4$ . Модель досягла найменшого стандартного відхилення ( $\sigma = 1,09$ ) за допомогою цієї лінійної формули порівняно з попередніми моделями та емпіричними формулами. Запропонована формула значно підвищила точність розрахунків періоду напіврозпаду через зменшення стандартного відхилення з  $1,73$  до  $1,09$ . Розрахунки дають для фактора подавлення діапазон значень від  $-1,62$  до  $2,42$ , що є найнижчим порівняно з попередніми теоретичними прогнозами. Лінійна формула для ймовірності формування була узагальнена для різних станів кутового моменту за допомогою методу найменших квадратів. Розширено розрахунки періоду напіврозпаду та ймовірності утворення для 48 ядер, і одержані значення добре узгоджуються з результатами, отриманими з попередніми п'ятьма теоретичними моделями і двома емпіричними формулами.

*Ключові слова:* двопотенціальний підхід, ймовірність формування.

**N. P. Saeed Abdulla<sup>1</sup>, A. Pavithran<sup>1</sup>, M. K. Preethi Rajan<sup>2</sup>, R. K. Biju<sup>1,3,\*</sup>**

<sup>1</sup> Department of Physics, Government Brennen College, Dharmadam, Thalassery, Kerala, India

<sup>2</sup> Department of Physics, Payyanur College, Kannur University, Payyanur, Kannur, Kerala, India

<sup>3</sup> Department of Physics, Pazhassi Raja N. S. S. College, Mattanur, Kannur University, Kannur, Kerala, India

\*Corresponding author: bijurkn@gmail.com

## **INVESTIGATION OF TWO-PROTON DECAY USING MODIFIED FORMATION PROBABILITY**

In this study, we investigated two-proton radioactivity using the two-potential approach with a cosh-type potential to calculate the half-lives. The depth parameter  $V_0 = 58.405$  MeV and diffuseness  $a = 0.537$  fm in the cosh-type nuclear potential show the lowest standard deviation between the calculated and experimental half-lives. We proposed a linear formula for the formation probability using the linear relationship between  $\log_{10} S_{2p}$  and  $A_d^{1/3}$  for the angular momentum state  $l = 0, 2$  and  $4$ . The model achieved the lowest standard deviation ( $\sigma = 1.09$ ) using this linear formula compared to previous models and empirical formulas. The proposed formula significantly improved the accuracy of half-life predictions by reducing the standard deviation from  $1.73$  to  $1.09$ . The predicted half-lives exhibit a hindrance factor in the range of  $-1.62$  to  $2.42$ , which is the lowest compared to earlier theoretical predictions. These results indicate that the proposed linear formation probability formula is suitable for reproducing experimental half-lives. The linear formula for formation probability was generalized for different angular momentum states by conducting least squares fit. We extended the half-life and formation probability predictions to 48 nuclei, and the predicted half-lives are in good agreement with the previous five theoretical models and two empirical formula predictions.

*Keywords:* two-potential approach, formation probability.

## **REFERENCES**

1. Y.B. Zeldovich. The existence of new isotopes of light nuclei and the equation of state of neutrons. *Sov. Phys. JETP* **38** (1960) 1123.
2. V.I. Goldanskii. The influence of pairing in the passage of two particles through the potential barrier. *Phys. Lett.* **14** (1965) 233.
3. V.I. Goldansky. Two-proton radioactivity. *Nucl. Phys.* **27** (1961) 648.
4. J. Jänecke. The emission of protons from light neutron-deficient nuclei. *Nucl. Phys.* **61** (1965) 326.
5. V.M. Galitsky, V.F. Cheltsov. Two-proton radioactivity theory. *Nucl. Phys.* **56** (1964) 86.

6. Y.-T. Zou et al. Systematic study of two-proton radioactivity with a screened electrostatic barrier. *Chinese Phys. C* **45** (2021) 104101.
7. H.-M. Liu et al. Systematic study of two-proton radioactivity within a Gamow-like model. *Chinese Phys. C* **45** (2021) 044110.
8. F.C. Barker.  $^{12}\text{O}$  ground-state decay by  $^2\text{He}$  emission. *Phys. Rev. C* **63** (2001) 047303.
9. L.V. Grigorenko, M.V. Zhukov. Two-proton radioactivity and three-body decay. III. Integral formulas for decay widths in a simplified semianalytical approach. *Phys. Rev. C* **76** (2007) 014008.
10. R. Álvarez-Rodríguez et al. Distinction between sequential and direct three-body decays. *Phys. Rev. Lett.* **100** (2008) 192501.
11. D.-X. Zhu et al. Two-proton radioactivity within Coulomb and proximity potential model. *Chinese Phys. C* **46** (2022) 044106.
12. F. Xing et al. Two-proton radioactivity of ground and excited states within a unified fission model. *Chinese Phys. C* **45** (2021) 124105.
13. M.G. Srinivas et al. Exploring new proton emitting isotopes of Lanthanides. *Indian J. Phys.* **97** (2023) 203.
14. M.G. Srinivas et al. A Systematic Study of Proton Decay in Superheavy Elements. *Ukr. J. Phys.* **67** (2022) 631.
15. M.G. Srinivas et al. Systematics of proton decay of actinides. *Indian J. of Pure Ap. Phys.* **58** (2020) 255.
16. M.G. Srinivas et al. Proton decay of actinide nuclei. *Nucl. Phys. A* **995** (2020) 121689.
17. M.G. Srinivas et al. A systematic analysis for one proton radioactivity of ground state nuclei. *Nucl. Phys. A* **1036** (2023) 122673.
18. M.G. Srinivas et al. Semi-empirical formulae for one- and two-proton radioactivity. *Indian J. Phys.* **97** (2023) 1181.
19. H.C. Manjunatha et al. Proton radioactivity of heavy nuclei of atomic number range  $72 < Z < 88$ . *Phys. Part. Nuclei Lett.* **17** (2020) 909.
20. H.C. Manjunatha et al. Investigations on the superheavy nuclei with magic number of neutrons and protons. *Int. J. Mod. Phys. E* **29**(05) (2020) 2050028.
21. N.P. Saeed Abdulla, M.K. Preethi Rajan, R.K. Biju. Systematic study of two proton radioactivity within the effective liquid drop model. *Phys. Scripta* **99**(3) (2024) 035310.
22. N.S. Abdulla, M.P. Preethi Rajan, R.K. Biju. An empirical formula for the two-proton decay half-lives in the ground and excited states. *Nucl. Part. Phys. Proc.* **339-340** (2023) 43.
23. N.P. Saeed Abdulla, M.K. Preethi Rajan, R.K. Biju. An empirical formula for the half-lives of one- and two-proton radioactivity. *Int. J. Mod. Phys. E* **33** (2024) 2450007.
24. X. Pan et al. Systematic study of two-proton radioactivity half-lives using the two-potential and Skyrme-Hartree-Fock approaches. *Chinese Phys. C* **45** (2021) 124104.
25. B.A. Brown, F.C. Barker. Di-proton decay of  $^{45}\text{Fe}$ . *Phys. Rev. C* **67** (2003) 041304(R).
26. J. Rotureau, J. Okołowicz, M. Płoszajczak. Theory of the two-proton radioactivity in the continuum shell model. *Nucl. Phys. A* **767** (2006) 13.
27. J.P. Cui et al. Two-proton radioactivity within a generalized liquid drop model. *Phys. Rev. C* **101** (2020) 014301.
28. M. Gonçalves et al. Two-proton emission half-lives in the effective liquid drop model. *Phys. Lett. B* **774** (2017) 14.
29. I. Sreeja, M. Balasubramaniam. An empirical formula for the half-lives of exotic two-proton emission. *Eur. Phys. J. A* **55** (2019) 33.
30. H.-M. Liu et al. New Geiger-Nuttall law for two-proton radioactivity. *Chinese Phys. C* **45** (2021) 024108.
31. G.J. KeKelis et al. Masses of the unbound nuclei  $^{16}\text{Ne}$ ,  $^{15}\text{F}$ , and  $^{12}\text{O}$ . *Phys. Rev. C* **17** (1978) 1929.
32. R.A. Kryger et al. Two-proton emission from the ground state of  $^{12}\text{O}$ . *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 860.
33. M. Pfützner et al. First evidence for the two-proton decay of  $^{45}\text{Fe}$ . *Eur. Phys. J. A* **14** (2002) 279.
34. J. Giovinazzo et al. Two-proton radioactivity of  $^{45}\text{Fe}$ . *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 102501.
35. B. Blank et al. First observation of  $^{54}\text{Zn}$  and its decay by two-proton emission. *Phys. Rev. Lett.* **94** (2005) 232501.
36. C. Dossat et al. Two-proton radioactivity studies with  $^{45}\text{Fe}$  and  $^{48}\text{Ni}$ . *Phys. Rev. C* **72** (2005) 054315.
37. I. Mukha et al. Observation of two-proton radioactivity of  $^{19}\text{Mg}$  by tracking the decay products. *Phys. Rev. Lett.* **99** (2007) 182501.
38. T. Goigoux et al. Two-proton radioactivity of  $^{67}\text{Kr}$ . *Phys. Rev. Lett.* **117** (2016) 162501.
39. W. Whaling. Magnetic analysis of the  $\text{Li}^6$  ( $\text{He}^3$ ,  $t$ )  $\text{Be}^6$  reaction. *Phys. Rev.* **150** (1966) 836.
40. C.J. Woodward, R.E. Tribble, D.M. Tanner. Mass of  $^{16}\text{Ne}$ . *Phys. Rev. C* **27**(1983) 27.
41. B. Buck, A.C. Merchant, S.M. Perez.  $\alpha$  decay calculations with a realistic potential. *Phys. Rev. C* **45** (1992) 2247.
42. B. Buck, A.C. Merchant, S.M. Perez. Alpha-cluster structure in  $^{212}\text{Po}$ . *Phys. Rev. Lett.* **72** (1994) 1326.
43. J.-G. Deng et al.  $\alpha$  decay properties of  $^{296}\text{Og}$  within the two-potential approach. *Chinese Phys. C* **42** (2018) 044102.
44. X.-D. Sun et al. Systematic study of  $\alpha$  decay half-lives of doubly odd nuclei within the two-potential approach. *Phys. Rev. C* **95** (2017) 044303.
45. J.-L. Chen et al. Systematic study on proton radioactivity of spherical proton emitters within two-potential approach. *Eur. Phys. J. A* **57** (2021) 305.
46. H.-F. Zhang et al. Theoretical analysis and new formulae for half-lives of proton emission. *Chinese Phys. Lett.* **26** (2009) 072301.

47. Y. Lim, X. Xia, Y. Kim. Proton radioactivity in relativistic continuum Hartree-Bogoliubov theory. *Phys. Rev. C* **93** (2016) 014314.
48. A. Soylu et al. Proton radioactivity half-lives with nuclear asymmetry factor. *Chinese Phys. C* **45** (2021) 044108.
49. Q. Zhao et al. Proton radioactivity described by covariant density functional theory with the similarity renormalization group method. *Phys. Rev. C* **90** (2014) 054326.
50. B. Nerlo-Pomorska, K. Pomorski. Simple formula for nuclear charge radius. *Zeitschrift für Physik. A* **348** (1994) 169.
51. J.J. Morehead. Asymptotics of radial wave equations. *J. Math. Phys.* **36** (1995) 5431.
52. B. Buck, A. C. Merchant, S. M. Perez. Ground state proton emission from heavy nuclei. *Phys. Rev. C* **45** (1992) 1688.
53. N.G. Kelkar, H.M. Castañeda. Critical view of WKB decay widths. *Phys. Rev. C* **76** (2007) 064605.
54. M. Wang et al. The AME2016 atomic mass evaluation. (II). Tables, graphs and references. *Chinese Phys. C* **41**(2017) 030003.
55. P. Ascher et al. Direct observation of two protons in the decay of  $^{54}\text{Zn}$ . *Phys. Rev. Lett.* **107** (2011) 102502.
56. D.S. Delion, R.J. Liotta, R. Wyss. Theories of proton emission. *Phys. Rep.* **424** (2006) 113.
57. M.F. Jager et al. Two-proton decay of  $^{12}\text{O}$  and its isobaric analog state in  $^{12}\text{N}$ . *Phys. Rev. C* **86** (2012) 011304.
58. D. Suzuki et al. Breakdown of the  $Z = 8$  shell closure in unbound  $^{12}\text{O}$  and its mirror symmetry. *Phys. Rev. Lett.* **103** (2009) 152503.
59. L. Audirac et al. Direct and  $\beta$ -delayed multi-proton emission from atomic nuclei with a time projection chamber: the cases of  $^{43}\text{Cr}$ ,  $^{45}\text{Fe}$ , and  $^{51}\text{Ni}$ . *Eur. Phys. J. A* **48** (2012) 179.
60. M. Pomorski et al. Proton spectroscopy of  $^{48}\text{Ni}$ ,  $^{46}\text{Fe}$ , and  $^{44}\text{Cr}$ . *Phys. Rev. C* **90** (2014) 014311.

Надійшла / Received 08.11.2023